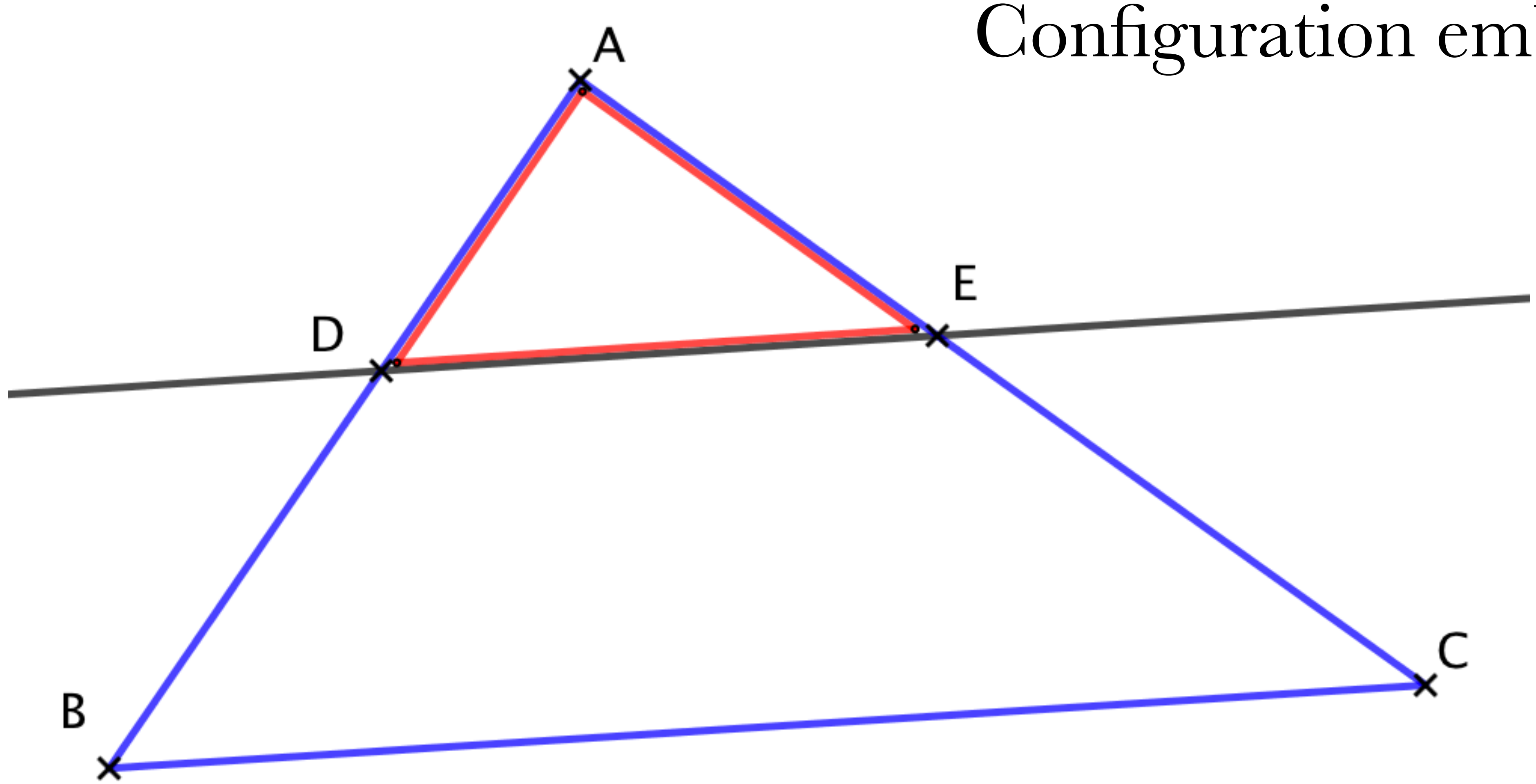
Chapitre 1 : Configuration de Thalès

I/ Théorème de Thalès

Théorème : Dans un triangle ABC, où D ∈ [AB] et E ∈ [AC]

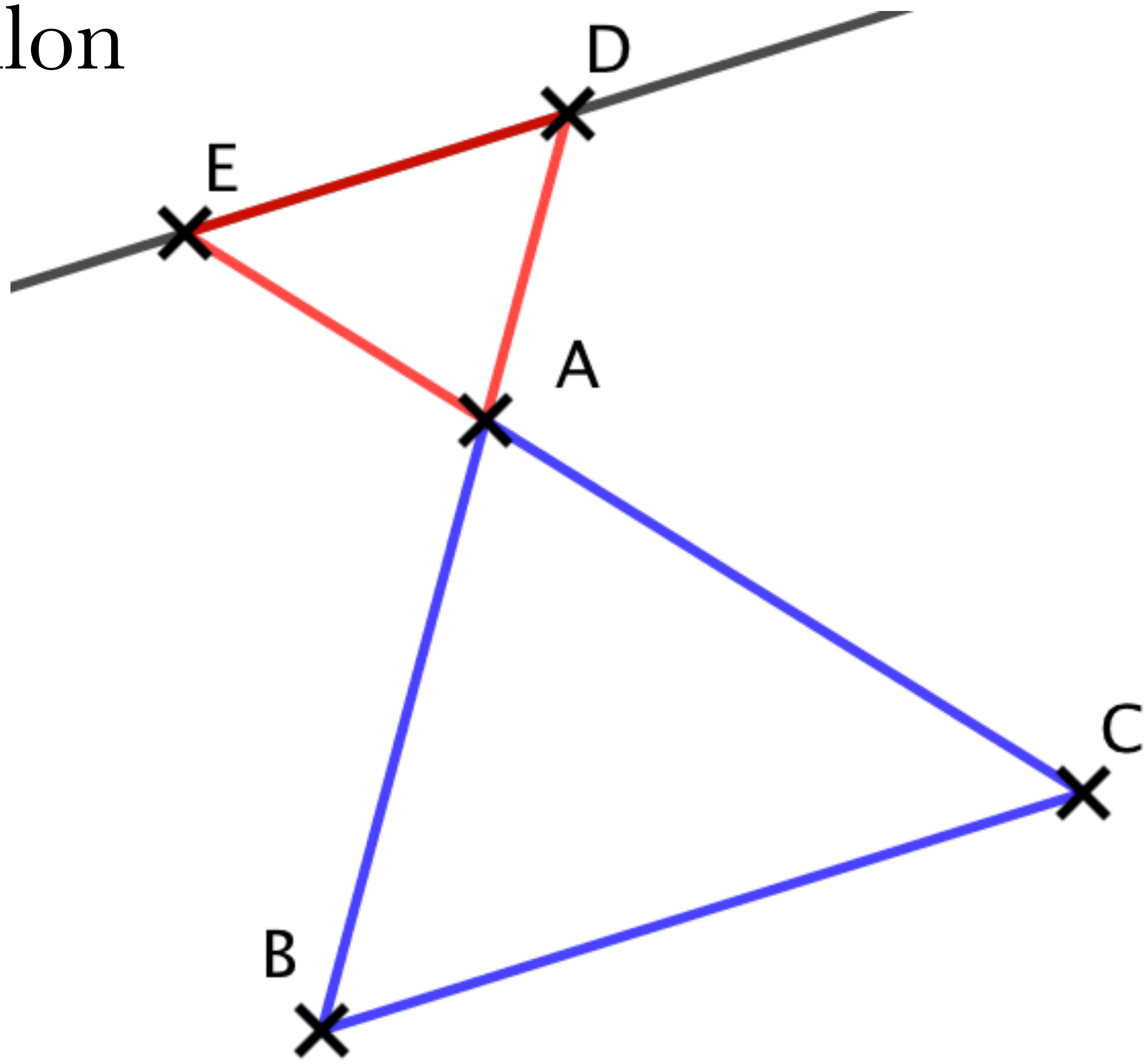
si (DE)//(BC) alors $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

Configuration emboitée



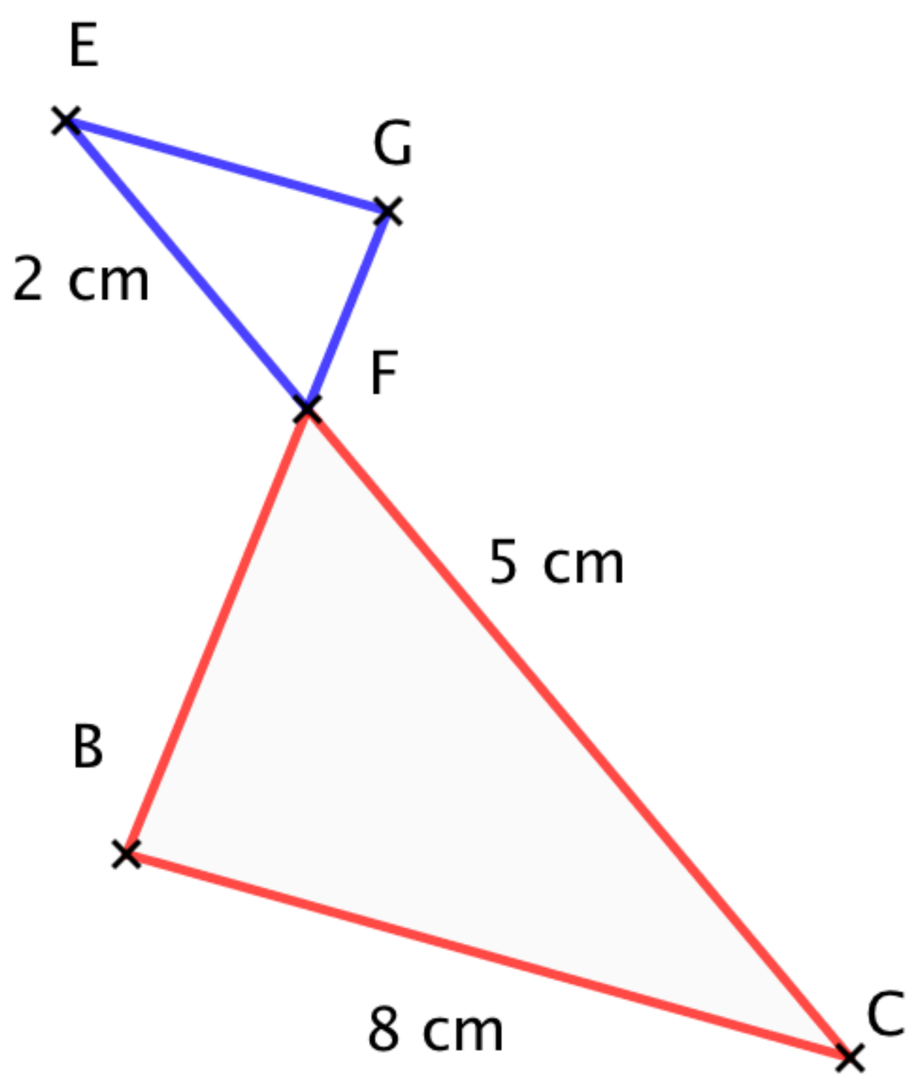
Théorème : Soit deux triangles ABC et ADE, où A, D et B sont alignés et A, E et C sont alignés
si (DE)//(BC) alors $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

Configuration papillon



Exemple de calcul d’une longueur :

(EG) // (BC)



Calculer EG.

Les points B, F, G sont alignés et E, F, C sont alignés et (EG) // BC.
Donc d’après le théorème de Thalès

$$\frac{FG}{FB} = \frac{FE}{FC} = \frac{EG}{BC}$$

$$\frac{FG}{FB} = \boxed{\frac{2}{5} = \frac{EG}{8}}$$

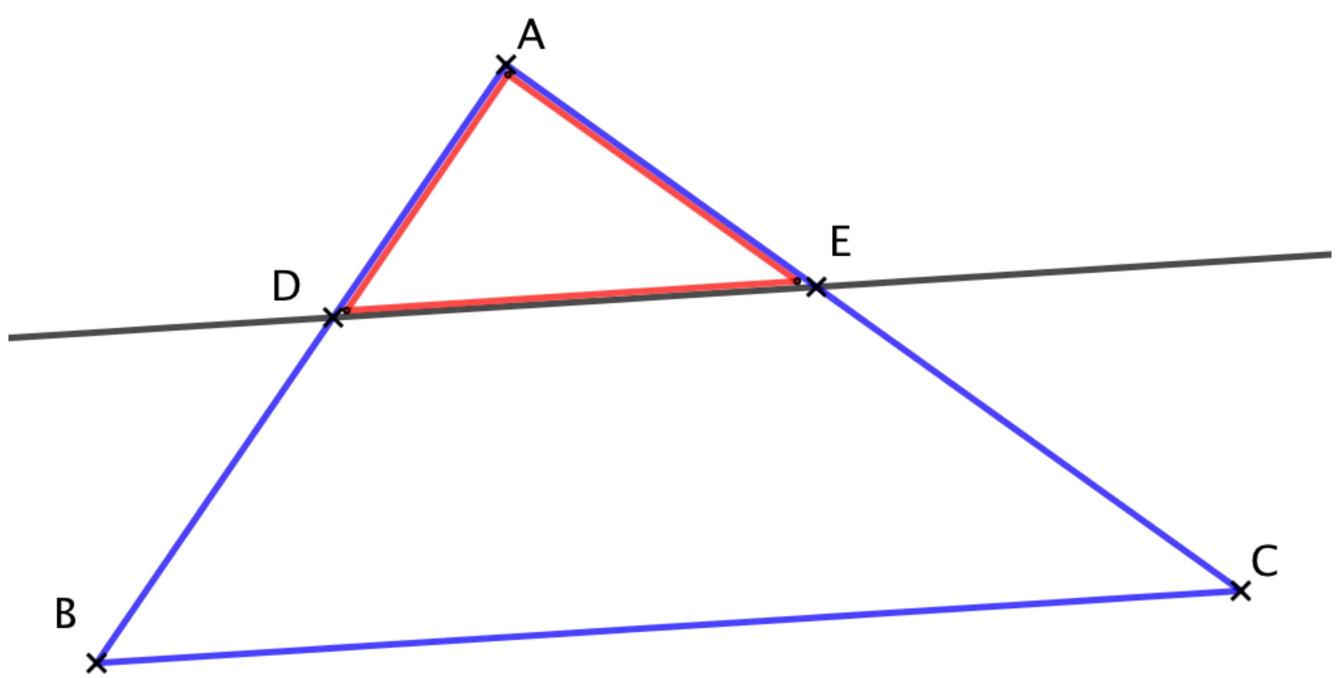
$$EG = \frac{2 \times 8}{5}$$

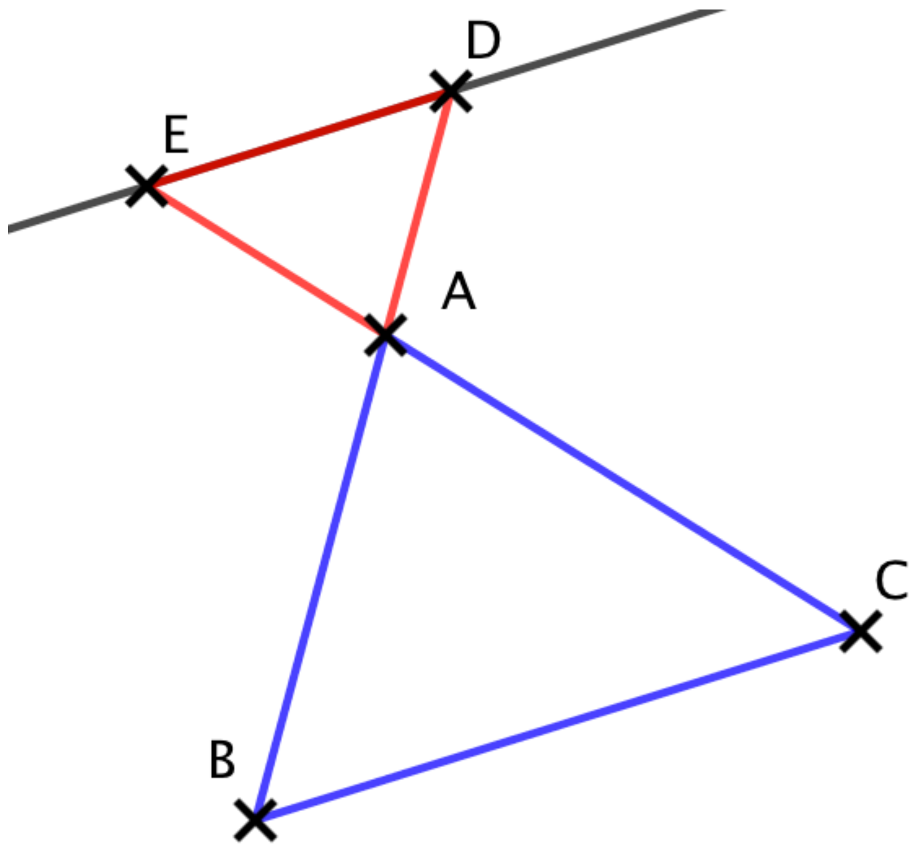
$$EG = 3{,}2 \text{ cm}$$

II/ Réciproque

Réciproque : Si les points A, B et D sont alignés dans le même ordre que les points A, C et E et $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

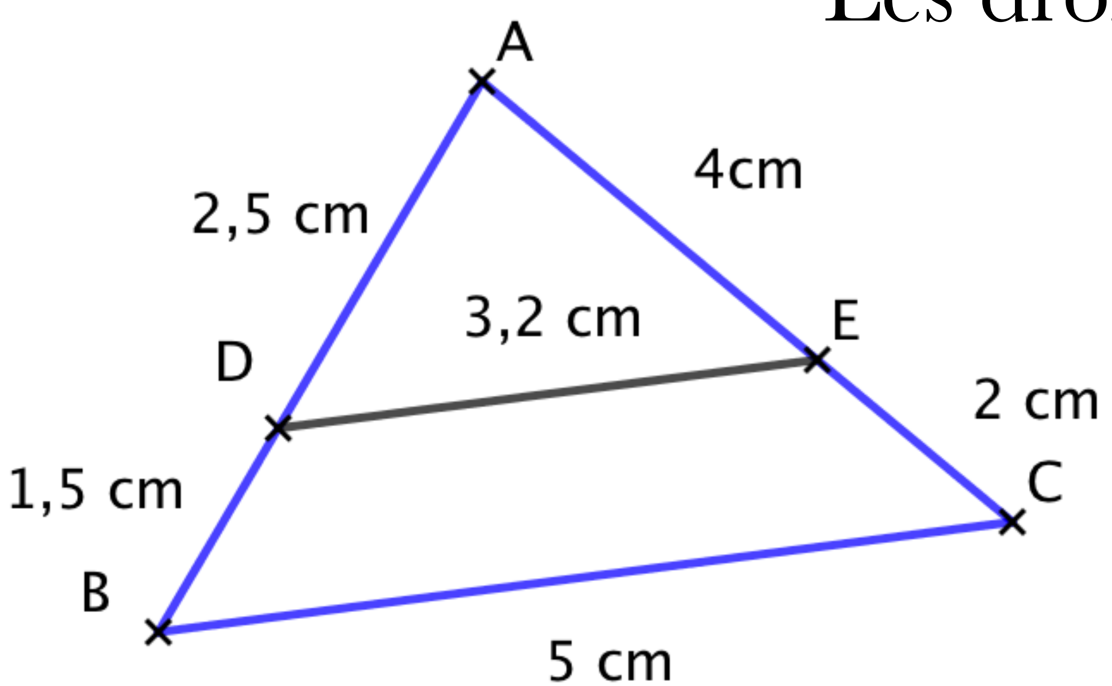
alors (BC)//(DE)





Exemple :

Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ?



Les points A, E et C sont alignés dans le même ordre que les points A, D et B et

$$\frac{AE}{AC} = \frac{4}{6} \simeq 0{,}667 \qquad \frac{AD}{AB} = \frac{2{,}5}{4} = 0{,}625 \qquad \frac{DE}{BC} = \frac{3{,}2}{5} = 0{,}64$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (DE) et (BC) ne sont pas parallèles.

III/ Triangle semblable

Propriété : Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

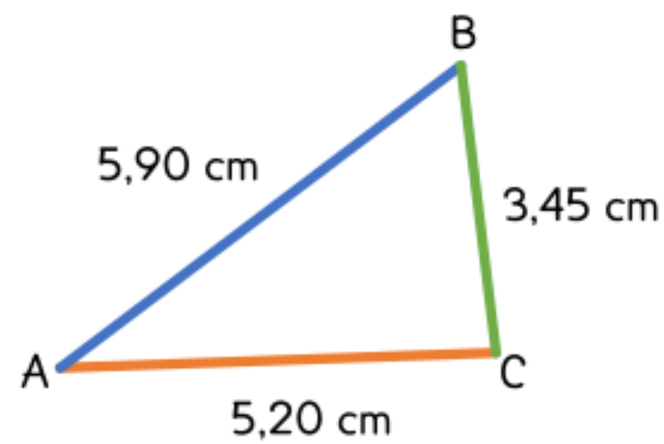
Remarque : Le coefficient de proportionnalité est appelé le coefficient d'agrandissement ou de réduction.

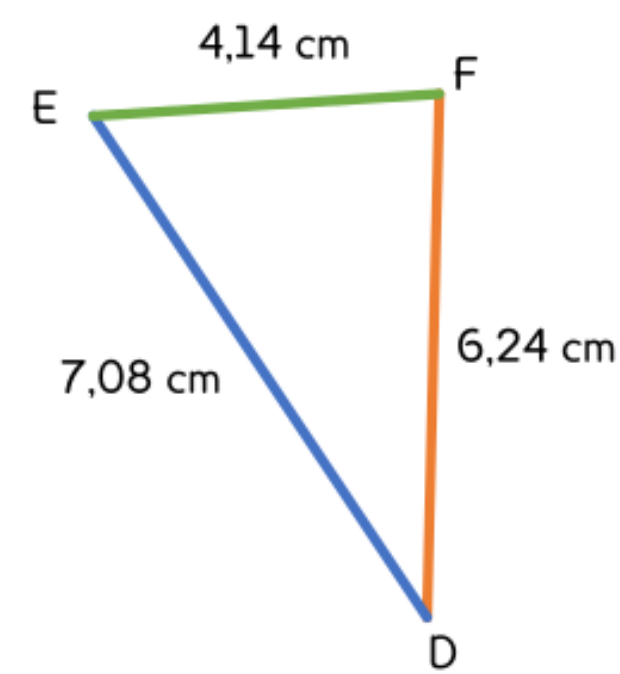
Exemple :

$$\frac{EF}{BC} = \frac{4,14}{3,45} = 1,2$$

$$\frac{FD}{AC} = \frac{6,24}{5,20} = 1,2$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{7,08}{5,90} = 1,2$$





Donc les triangles ABC et DEF sont semblables.

IV/ Agrandissement et réduction

Si deux triangles sont dans la situation de Thalès alors on dit que l'un est un agrandissement de l'autre ou inversement, que l'un est une réduction de l'autre.

Si $\frac{Triangle\ ADE}{Triangle\ ABC} < 1$ alors ADE est une réduction de ABC

Si $\frac{Triangle\ ADE}{Triangle\ ABC} > 1$ alors ADE est un agrandissement de ABC